





Tổng riêng thứ n: 



Ví dụ: 

Tổng riêng thứ n:







Tổng riêng thứ n:





Ví dụ: Tìm r để chuỗi hội tụ và tính nó.



I(r) hội tụ khi và chỉ khi





VD: Xét sự hội tụ



Suy ra I phân kì

VD: Xét sự hội tụ



Suy ra I phân kì

VD: Xét sự hội tụ



Xét  thì f(x) liên tục, dương, giảm trên với .

Tính 

Suy ra I phân kì theo tiêu chuẩn tích phân.

VD: Xét sự hội tụ



Xét .



thì f(x) liên tục, dương, giảm với .

Tính 

Suy ra  hội tụ theo tiêu chuẩn tích phân. Vậy hội tụ.

Ví dụ: Xét sự hội tụ của chuỗi 

Ta có: 

Mà hội tụ(p-chuỗi,p=5) suy ra I hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh trực tiếp.

Ví dụ: Xét sự hội tụ của chuỗi 

Ta có: 

Mà phân kì(p-chuỗi,p=1) suy ra I phân kì theo tiêu chuẩn so sánh trực tiếp.

Ví dụ: Xét sự hội tụ của chuỗi 



Mà  hội tụ (p-chuỗi, p=2) nên I hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh giới hạn.

Nếu  thì

Chuỗi a\_n phân kì thì chuỗi b\_n phân kì

Chuỗi b\_n hội tụ chuỗi a\_n hội tụ



Ví dụ: Xét sự hội tụ của 

,

Chọn . Xét 

Mà hội tụ (chuỗi CSN với ) nên I hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh giới hạn zero-vô cùng.

BT: Xét sự hội tụ (dùng tc so sánh giới hạn zero-vô cùng, chọn b\_n=1/n^r)

Xét sự hội tụ 

Xét 

I hội tụ theo tiêu chuẩn tỉ số.

**Chú ý:** Có xuất hiện giai thừa, tích phức tạp, dùng tiêu chuẩn tỉ số.

Xét sự hội tụ 

Xét 

CT: 

I hội tụ theo tiêu chuẩn căn thức.

**Chú ý:** Có xuất hiện mũ phức tạp, dùng tiêu chuẩn căn thức.

Xét sự hội tụ 

Xét dãy  là dãy giảm và 

Suy ra I hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz

**Chú ý:** Chỉ dùng tiêu chuẩn Leibnitz để kết luận hội tụ.

***BT:*** *Tìm một dãy không âm, hội tụ về 0, nhưng không là dãy giảm.*

Xét sự hội tụ 

Xét dãy . Xét 

Suy ra  là dãy giảm với và 

Suy ra  hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz. Suy ra I hội tụ.

Xét sự hội tụ .Xét 

Ta có 

Mà hội tụ (p-chuỗi , p=2) nên J hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh trực tiếp.

Vậy I hội tụ theo tiêu chuẩn hội tụ tuyệt đối.

Xét sự hội tụ 



CT: 

Xét sự hội tụ 

Xét 



Suy ra f(x) dương, giảm, liên tục với 

Xét (tích phân từng phần, u=ln x)

.....(phân kì)

Vậy phân kì theo tc tích phân

Suy ra I phân kì.

Các bước xác định tiêu chuẩn:

Bước 1: Chuỗi dương-Chuỗi đan dấu-Chuỗi bất kì

Nếu là chuỗi dương:

Xét xem có dùng được tỉ số (giai thừa) hoặc căn thức(mũ phức tạp) ?

Xét xem có dùng tích phân (thay n bởi x, mà tính được tích phân suy rộng)

Cuối cùng, dùng tiêu chuẩn so sánh (3 tiêu chuẩn, nếu tính được giới hạn, dùng giới hạn, nếu không, dùng trực tiếp)

Nếu là chuỗi đan dấu: Leibniz

Nếu là chuỗi bất kì: Hội tụ tuyệt đối.

VD TÌm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa 

Với 

Xét 

Suy ra, bán kính hội tụ là R=2

Tại x=2 (thay x=2 vào I):



Vì và  phân kì (p chuỗi,p=1) nên I phân kì theo tiêu chuẩn so sánh giới hạn.

Tại x=-2: 

Dãy là dãy giảm, nên I hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz

Vậy miền hội tụ là .

BT: TÌm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa 

VD: Tìm miền hội tụ của chuỗi 

Đặt  thì 



Suy ra bán kính hội tụ R=2

Tại y=2: (tiêu chuẩn so sánh giới hạn, tính )

Ta có phân kì theo tiêu chuẩn tích phân (về tự làm) nên I phân kì theo tiêu chuẩn so sánh giới hạn.

Tại y=-2: 

Dãy  giảm và nên I hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz

Suy ra miền hội tụ:



Xét hàm số cho bởi chuỗi luỹ thừa:



(, thay x=0 vào tìm được C=F(0))

Ví dụ 1: Tìm công thức của chuỗi luỹ thừa:



Ví dụ: Tìm công thức của chuỗi luỹ thừa:

Ví dụ: Tìm công thức của chuỗi luỹ thừa:

Ví dụ 2: Tìm công thức của chuỗi luỹ thừa:



.Thay f(0)=0 vào ta có C=0

Vậy 

Ví dụ 3: Tìm công thức của chuỗi luỹ thừa:

 (nguyên hàm 2 vế)

(đạo hàm 2 vế)

Ví dụ: Tính (chính là chuỗi ở ví dụ 2, với x=1/2)

Xét 

Ta đã tính được ở ví dụ 2: 

Suy ra, với  ta có 

Ví dụ: Tính (chính là chuỗi ở ví dụ 3, với x=1/2)

Xét 

Tương tự, tính được ở ví dụ 3: 

Thay  ta có 

VD: 

VD:



VD: TÌm 

Ví dụ: Tìm đa thức Taylor cấp 4 của tại x=1.





Ví dụ: Tìm chuỗi Taylor của tại x=1.



Suy ra chuỗi Taylor tại x=1:



(Một số chuỗi khác, bảng 8.2/p-660 )

VD: Viết chuỗi luỹ thừa biểu diễn 



VD: Tìm chuỗi luỹ thừa biểu diễn hàm số 

Cách 1: Dùng định nghĩa chuỗi Taylor (tự làm xem như bài tập)

Cách 2: Dùng đạo hàm, tích phân



VD: Tìm chuỗi luỹ thừa biểu diễn hàm số 

,f(0)=0



**Các cách biểu diễn hàm f thành chuỗi luỹ thừa:**

Cách 1: Dùng cấp số nhân



(Tổng cấp số nhân lùi vô hạn)

Cách 2: Dùng cách 1, thêm đạo hàm và tích phân



Cách 3: Dùng định nghĩa chuỗi Taylor



VD: TÍnh với .

 (1)

(chú ý: viết được bằng định nghĩa chuỗi Taylor)

Mặt khác

 (2)

Hệ số của trong khai triển (1) bằng 0

Hệ số của trong khai triển (2) bằng 

Suy ra, do tính duy nhất của chuỗi Taylor nên 

Hệ số của trong khai triển (1) bằng  (Vì )

Hệ số của trong khai triển (2) bằng 

Suy ra, do tính duy nhất của chuỗi Taylor nên 

Bài tập:

BT1: Tìm chuỗi Taylor của tại x=0.



(CT: )

BT2: Tìm chuỗi Taylor của tại x=0.



BT3: Tìm chuỗi Taylor của tại x=0.



BT4: Tìm chuỗi Taylor của tại x=0.

=....

BT5: Tìm chuỗi Taylor của tại x=0

